# コンピュータビジョン

担当: 井尻 敬

## Contents



## Contents 画像内の特定パターンを発見する手法

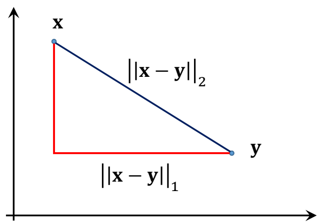
- テンプレートマッチング
- コーナー検出（Harris corner detector/FAST）
- エッジ検出（Canny edge detector）
- 直線の検出 (Hough変換) **次回**
- 特徴点と特徴ベクトル**次回**
  - SIFT特徴
  - 特徴点の対応付け

## 準備: ノルム(norm)

$d$次元空間のベクトル $\mathbf{x}=(x_1,x_2,\dots,x_d)$の $L_p$−ノルムは以下の通り定義される

$$||\mathbf{x}||_p=(|x_1|^p+|x_2|^p+\cdots+|x_d|^p)^{\frac{1}{p}}$$

*例 d=2のとき*




*p=2なら…*
$||\mathbf{x}-\mathbf{y}||_2=\sqrt{(x_1-y_1)^2+(x_2-y_2)^2}$
これはよく知っているユークリッド空間の距離

*p=1なら…*
$||\mathbf{x}-\mathbf{y}||_1=|x_1-y_1|+|x_2-y_2|$
点$\mathbf{x}$から点$\mathbf{y}$へ，軸に沿った方向のみで移動した際の距離
*市街地における移動距離になぞらえて**市街地距離**や**マンハッタンノルム**と呼ばれる*

## 左の画像から右の画像を探せ

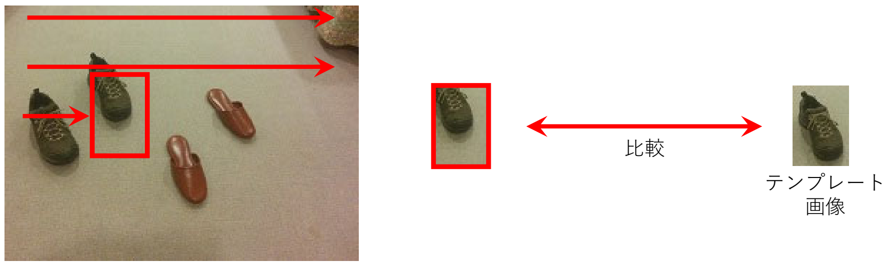
※地味な例ですみません。。。

## 左の画像から右の画像を探せ

※地味な例ですみません。。。

TemplateMatching.py

## テンプレート マッチング




入力画像

- 入力画像を**ラスタスキャン**し，入力画像と**テンプレート**の**類似度**を比較
- 類似度が閾値より高い部分を出力する

※**テンプレート**：検索対象を表す標準画像
※**ラスタスキャン**：画像を左から右に，上から下に，一画素ずつ走査すること

## 類似度（相違度）の定義

入力画像
$I(i,j)$

テンプレート
$T(i,j)$

Grayscale化
されている

- 相違度: **S**um of **S**quare **D**istance

$$R_{SSD} = \sum_{i,j} \left( I(i,j) - T(i,j) \right)^2$$

- 相違度: **S**um of **A**bsolute **D**istance

$$R_{SAD} = \sum_{i,j} \left| I(i,j) - T(i,j) \right|$$

- 類似度: **N**ormalized **C**ross **C**orrelation(正規化相互相関)

$$R_{NCC} = \frac{\sum_{i,j} I(i,j) T(i,j)}{\sqrt{\sum_{i,j} I(i,j)^2 \sum_{i,j} T(i,j)^2}}$$

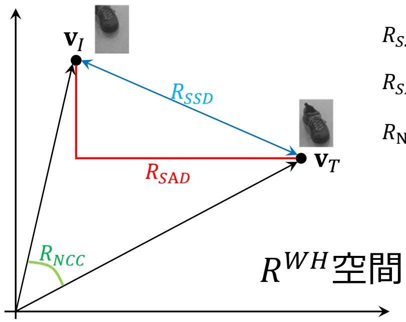
# 類似度・相違度の定性的理解


入力画像
$I(i,j)$


テンプレート
$T(i,j)$

$\mathbf{v}_I, \mathbf{v}_T \in R^{WH}$

- 入力画像・テンプレートは W x H グレースケール画像
- これを (WH)-次元ベクトルと考える




$R_{SSD}$は$\mathbf{v}_I, \mathbf{v}_T$のユークリッド距離
$R_{SAD}$は$\mathbf{v}_I, \mathbf{v}_T$の市街地距離
$R_{NCC}$は$\mathbf{v}_I, \mathbf{v}_T$の角度のコサイン

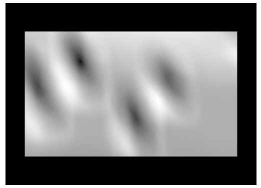
TemplateMaching.py

# テンプレートマッチングの結果


テンプレート


入力画像

SAD



$$\sum_{i,j} |I(i,j) - T(i,j)|$$

SSD

$$\sum_{i,j} \left(I(i,j) - T(i,j)\right)^2$$

NCC

$$\frac{\sum_{i,j} I(i,j)T(i,j)}{\sqrt{\sum_{i,j} I(i,j)^2 \sum_{i,j} T(i,j)^2}}$$

SAD/SSDは相違度なので，近いところほど値が小さくなる
NCCは類似度なので近いところほど値が大きくなる
例えば，閾値以下の局所最小部を検出対象とすればよい

TemplateMaching.py

# テンプレートマッチングの結果


テンプレート


入力画像

SAD

$$\sum_{i,j} |I(i,j) - T(i,j)|$$

SSD

$$\sum_{i,j} \left(I(i,j) - T(i,j)\right)^2$$

NCC

$$\frac{\sum_{i,j} I(i,j)T(i,j)}{\sqrt{\sum_{i,j} I(i,j)^2 \sum_{i,j} T(i,j)^2}}$$

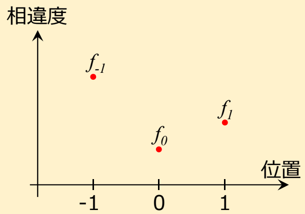
SAD/SSDは相違度なので，近いところほど値が小さくなる
NCCは類似度なので近いところほど値が大きくなる
例えば，閾値以下の局所最小部を検出対象とすればよい

# サブピクセル精度のテンプレートマッチング

- テンプレートマッチングは目的画像にテンプレート画像を重ね差分を評価するため発見できる位置は**ピクセル単位（離散値）**
- **サブピクセル（連続値）**精度で位置検出を行いたい

- 局所的に関数をフィッティングし，最小値を求める

→ 等角直線フィッティング
→ パラボラフィッティング

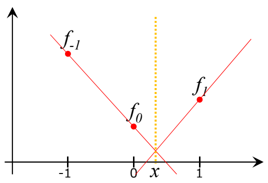



問題
- 相違度が最小の画素を原点(x=0)にとる
- x=±1 の相違度も既知
- 最小値を与える位置x（実数精度）はどこ？

※画像に適用する際は縦横を独立に扱えば良い

## 等角直線フィッティング

下図の通り傾きが-1倍の2本の直線の交点を利用

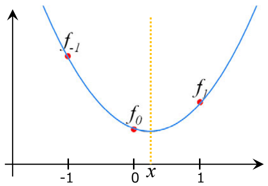


$x =$

$f_{-1} > f_1$ のときは、$f_{-1}$ と $f_0$ を通る直線と，$f_1$を通る直線を考える

## パラボラフィッティング

二次関数で相違度を補間し相違度の最小位置を求める

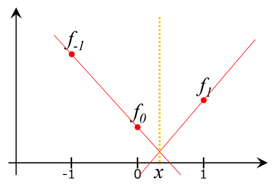


$x =$

---

## 等角直線フィッティング

下図の通り傾きが-1倍の2本の直線の交点を利用



$x =$

$f_{-1} > f_1$ のとき
$y - f_{-1} = (f_0 - f_{-1})(x+1)$
$y - f_1 = -(f_0 - f_{-1})(x-1)$
この2直線の交点を求めると

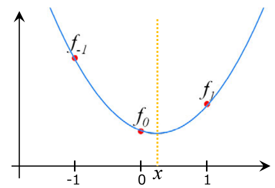
$$x = \frac{(f_1 - f_{-1})}{2(f_0 - f_{-1})}$$

$f_{-1} \le f_1$ のとき
$y - f_{-1} = -(f_1 - f_0)(x+1)$
$y - f_1 = (f_1 - f_0)(x-1)$
この2直線の交点を求めると

$$x = \frac{(f_{-1} - f_1)}{2(f_1 - f_0)}$$

## パラボラフィッティング

二次関数で相違度を補間し相違度の最小位置を求める



$x =$

$y = ax^2 + bx + c$とおき3点代入
$f_{-1} = a - b + c$
$f_0 = c$
$f_1 = a + b + c$
これより abcがもとまり、

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{f_1 - f_{-1}}{2(f_1 - 2f_0 + f_{-1})}$$

で最小となる

---

参考資料

# テンプレートマッチングの高速化

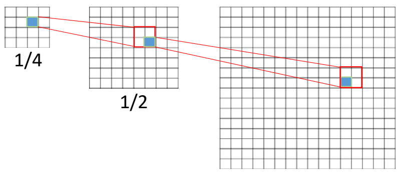
W×H

w×h

対象画像全領域にテンプレートを重ね合わせて差分を計算する計算量は…

**残差逐次検定**：目標画像をラスタスキャンしテンプレートとの差分計算をする際，現在の最小値よりも差分が大きくなったら計算を打ち切る

**粗密探査法**：ガウシアンピラミッドを生成．低解像度画像にてマッチングする画素を発見．ひとレベル高解像度画像に移動し，発見した画素に関係する数画素のみに対してマッチングを計算する




---

# まとめ：テンプレートマッチング

- 入力画像から物体を検出するための手法
- 検出対象の画像（テンプレート）を用意し，入力画像をラスタスキャンし相違度を評価
- 相違度が閾値以下の領域を出力する
- 相違(類似)度：SAD, SSD, NCCなど

入力画像

テンプレート

**サブピクセル精度**で検出するための関数フィッティング
**高速化**のための残差逐次検定・粗密(coarse to fine)探索・chamfer matching

# 練習)

1) 右の2つの2x2画像に付いて、SAD、SSD、NCCを計算せよ。

| | |
|---|---|
| 3 | 3 |
| 3 | 3 |

| | |
|---|---|
| 5 | 2 |
| 2 | 4 |

SAD:
SSD:
NCC:

2) 画像（5x5）にいついてテンプレートマッチングを計算し相違度画像を求めよ。ただし相違度にはSADを用いること。

対象画像

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 9 | 10 | 11 | 12 |

テンプレート

| | |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 5 | 6 |

**相違度画像**

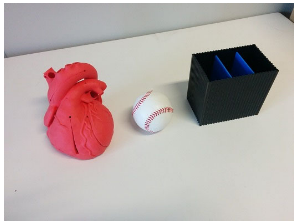
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

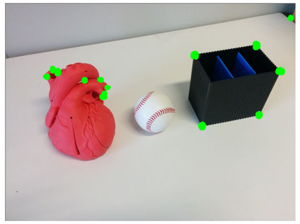
※ 計算機やスプレッドシート等利用してOK

# コーナー、輪郭線の検出

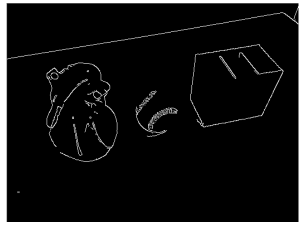
HarrisCorner.py
CannyEdge.py

物体認識・物体追跡・位置あわせなど，より高度な画像処理に利用するため
画像から『コーナー』や『輪郭線』といった特徴的な点・曲線を検出する





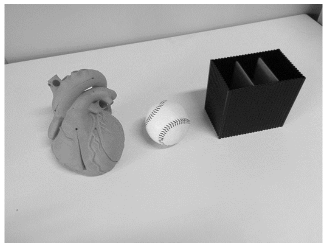
コーナー検出
(Harris Corner Detector)

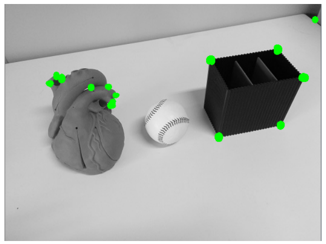


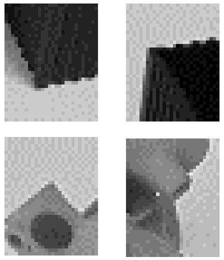
輪郭検出
(Canny Edge detector)

# Harrisのコーナー検出アルゴリズム

[*C. Harris & M. Stephens (1988). "A Combined Corner and Edge Detector". Proc. of the 4th ALVEY Vision Conference. pp. 147–151.*]







- **入力**：グレースケール画像
- **出力**：コーナー画素群
- **手法の概要**

  Harris行列 (又はStructure tensor matrixと呼ばれる）を定義し，この固有値固有ベクトルを用いて，局所領域の輝度変化方向と変化量を検出する
  
  局所領域の輝度変化が，直交する2方向について大きくなる部分をコーナーと定義

# Structure tensor matrix (1/3)

画像上の画素$(x,y)$の輝度値を$I(x,y)$と表す

画素$(x,y)$における**Structure tensor matrix**は以下の通り定義される

$$\mathbf{A}(x,y) = \sum_{u,v} G(u,v) \begin{pmatrix} I_x I_x & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y I_y \end{pmatrix}$$

ただし、$I_y = I_y(x+u, y+v)$,　$I_x = I_x(x+u, y+v)$　と省略したもの

$I_x$と$I_y$は、x方向・y方向の微分画像（sobel filter）

また、$G(u,v)$は重み関数（ガウシアンを用いる）

※参考書の式11.6 ~ 11.9に対応する

# Structure tensor matrix (1/3)

画像上の画素$(x,y)$の輝度値を$I(x,y)$と表す

画素$(x,y)$における**Structure tensor matrix**は以下の通り定義される

$$\mathbf{A}(x,y)=\sum_{u=-5}^{5}\sum_{v=-5}^{5}G(u,v)\begin{pmatrix} I_x(x+u,y+v)I_x(x+u,y+v) & I_x(x+u,y+v)I_y(x+u,y+v) \\ I_x(x+u,y+v)I_y(x+u,y+v) & I_y(x+u,y+v)I_y(x+u,y+v) \end{pmatrix}$$

$I_x$と$I_y$は、x方向・y方向の微分画像（sobel filter）

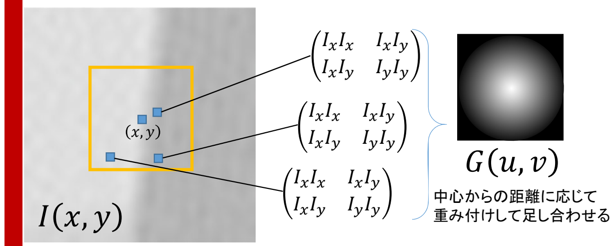
また、$G(u,v)$は重み関数（ガウシアンを用いる）

※参考書の式11.6 ~ 11.9に対応する

# Structure tensor matrix (2/3)

実際の計算手順

$$\mathbf{A}(x,y)=\sum_{u,v}G(u,v)\begin{pmatrix} I_xI_x & I_xI_y \\ I_xI_y & I_yI_y \end{pmatrix}$$




## Structure Tensorの性質

- 固有値を$\lambda_1, \lambda_2$ とする ($\lambda_1 > \lambda_2$)
- 固有ベクトルを $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ とする
- 対称行列 → 固有値は実数
- 対称行列 → 固有ベクトルは直交
- 半正定値 → $\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 \geq 0$

※ 半正定値行列の和なのでStructure tensorは半正定値になる

**今回利用する重要な性質**

- $\mathbf{v}_1$は輝度値変化の最も大きな方向
- $\lambda_1$は$\mathbf{v}_1$方向の輝度値変化の大きさ
- $\lambda_2$は$\mathbf{v}_2$方向の輝度値変化の大きさ

# Harrisのコーナー検出アルゴリズム

グレースケール画像からコーナーを検出

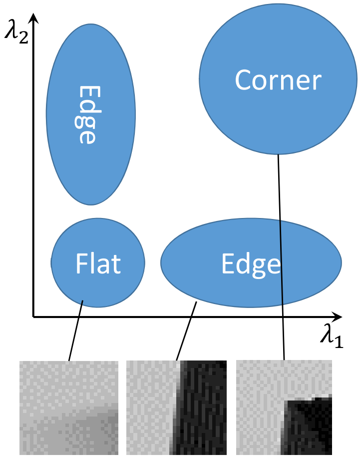
1. 各画素$(x,y)$におけるStructure Tensor $\mathbf{A}$ と固有値$\lambda_1, \lambda_2$を計算
2. 各画素$(x,y)$において$R=\lambda_1\lambda_2 - k(\lambda_1+\lambda_2)^2$を計算

※ただし，$k$はユーザが指定するパラメタ (0.04~0.06)

※$R=\lambda_1\lambda_2 - k(\lambda_1+\lambda_2)^2$ は，コーナーらしさを現す関数

※ $\lambda_1$と$\lambda_2$が大きくかつ近いときに大きな値を返す

3. $R$が極大かつ閾値以上の点をコーナーとして出力する




評価式Rの3Dプロット →
http://www.wolframalpha.com/input/?i=z%3Dx*y+-+0.02*(x%2By)%5E2

# Harrisのコーナー検出アルゴリズム

グレースケール画像からコーナーを検出

1. 各画素$(x,y)$におけるStructure Tensor $\mathbf{A}$ と固有値$\lambda_1, \lambda_2$を計算
2. 各画素$(x,y)$において$R=\lambda_1\lambda_2 - k(\lambda_1+\lambda_2)^2$を計算
3. $R$が極大かつ閾値以上の点をコーナーとして出力する

グレースケール画像からコーナーを検出 **new**

1. 各画素$(x,y)$におけるStructure Tensor $\mathbf{A}$ を計算
2. 各画素$(x,y)$において$R=\det\mathbf{A} - k(\operatorname{tr}\mathbf{A})^2$を計算
3. $R$が極大かつ閾値以上の点をコーナーとして出力する

**固有値の計算時間が無駄**

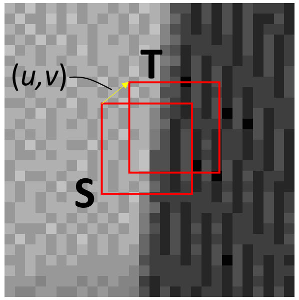
$$\det\mathbf{A}=\lambda_1\times\lambda_2$$

$$\operatorname{tr}\mathbf{A}=\lambda_1+\lambda_2$$

**という関係を利用すると計算を効率化できる**

※練習) 上記の関係を証明せよ

発展




## Structure Tensor Matrix（導出）

[A Combined Corner and Edge Detector in 1988]

窓領域SとSを微少量$(u,v)$だけ移動した領域Tを考える.

この2領域の重み付き二乗誤差は以下の通り.

$$D(u,v) = \sum_{(x,y)\in S} G(x,y)\big(I(x+u,y+v) - I(x,y)\big)^2 \quad \dots(1)$$

これはSを$(u,v)$だけずらした際の画像の変化量を示す

※ 重み関数$G(x,y)$には，ガウシアンがよく用いられる.

テーラー展開し2次以降の項を無視すると，以下の変形が得られる

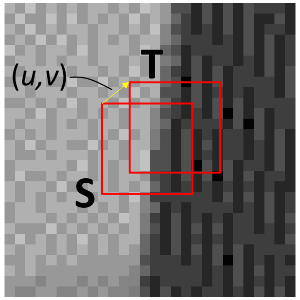
$$I(x+u,y+v) \approx I(x,y) + uI_x(x,y) + vI_y(x,y)$$

これを(1)に代入すると, 以下の通りStructure Tensor Matrix A が現れる

$$D(u,v) = (u,v)\mathbf{A}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}, \qquad \mathbf{A} = \sum_{(x,y)\in S} G(x,y)\begin{pmatrix}I_xI_x & I_xI_y\\ I_xI_y & I_yI_y\end{pmatrix}$$



発展




## Structure Tensor Matrix（導出）

窓領域SとSを$(u,v)$だけ移動した領域Tの二乗誤差は以下の通り

$$D(u,v) = (u,v)\mathbf{A}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}, \qquad \mathbf{A} = \sum_{(x,y)\in S} G(x,y)\begin{pmatrix}I_xI_x & I_xI_y\\ I_xI_y & I_yI_y\end{pmatrix}$$

今知りたいのは，どの方向$(u,v)$に動かすと差分が最大になるか？つまり，画像の変化が大きいか？である．そのため以下の最大化問題を考える．

$$argmax \frac{(u,v)\mathbf{A}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}}{(u,v)\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}}$$

この目的関数はレイリー商と呼ばれ，$(u,v)$が行列Aの固有ベクトルに一致するとき，最大値（最小値）をとり，最大値・最小値は固有値と一致することが知られている(証明省略).

つまり，Structure Tensor matrixの固有値固有ベクトルを$\lambda_1, \lambda_2$ $(\lambda_1 > \lambda_2)$ $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$とすると，$(u,v)$が$\mathbf{v}_1$に一致するときに画像は最も大きく変化する．また$(u,v)$が$\mathbf{v}_2$に一致するとき画像の変化は最小になる．



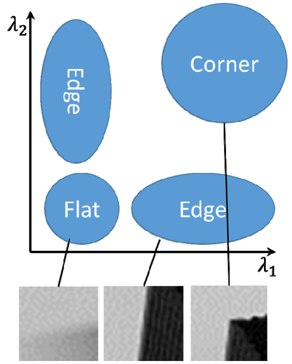
## まとめ：コーナー検出

画像中の『角』形状を検出する手法

**Harris Corner detection**

→ Structure Tensorの固有値により角らしさを定義

$$\mathbf{A}(x,y) = \sum_{u,v} G(u,v)\begin{pmatrix}I_xI_x & I_xI_y\\ I_xI_y & I_yI_y\end{pmatrix}$$

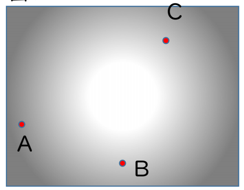



## 練習問題

(1)行列$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$の固有値を$\lambda_1\lambda_2$とするとき$\lambda_1 \times \lambda_2$と$\lambda_1 + \lambda_2$ を求めよ

(2)図Ｉの点ABCに付いて勾配方向を記入せよ

図Ｉ




(3)図2の赤い画素において以下を計算せよ

＋ 勾配 $\nabla I = (I_x, I_y)$

＋ 行列 $\nabla I \nabla I^t = \begin{pmatrix}I_xI_x & I_xI_y\\ I_xI_y & I_yI_y\end{pmatrix}$

※ 勾配はSobelフィルタにより計算してください。

※ 実際のstructure tensorは周辺画素における行列の重み付き和になります

図2

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 6 | 5 | 1 | 7 | 8 |
| 5 | 6 | 0 | 7 | 8 |
| 9 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Sobel filster

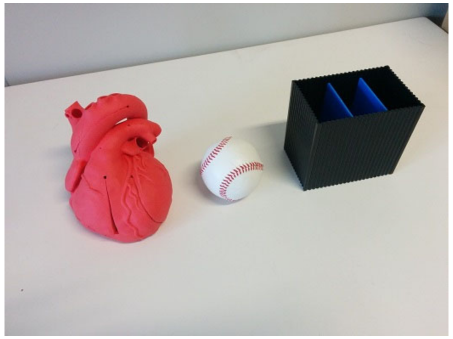
| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -2 | 0 | 2 |
| -1 | 0 | 1 |

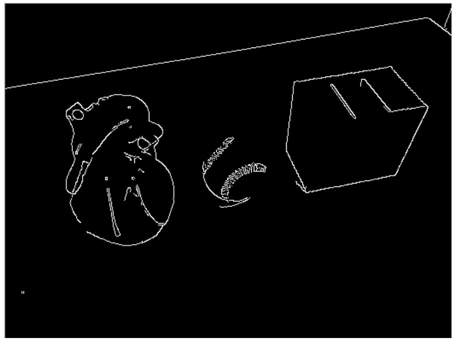
| | | |
|---|---|---|
| -1 | -2 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 |

# Cannyの輪郭線検出アルゴリズム

※井尻はキャニーと呼んでますが、教科書はケニーですね。。。

画像からエッジ（輝度値変化の大きな輪郭線）を抽出する手法





参考: OpenCV http://docs.opencv.org/2.4/doc/tutorials/imgproc/imgtrans/canny_detector/canny_detector.html

原著論文: Canny, J., *A Computational Approach To Edge Detection*, IEEE PAMI, 1986.

# Cannyの輪郭線検出アルゴリズム(1/2)

**1. ガウシアンフィルタをかける**

**2. 勾配強度・勾配方向計算**

**3. non-maximum suppression（被極大値抑制）**

**4.閾値処理**

勾配強度・勾配方向計算は以下の通り

Sobel filterで勾配を計算：$I \rightarrow I_x, I_y$

勾配強度：$g(x,y) = \sqrt{I_x(x,y)^2 + I_y(x,y)^2}$

勾配方向：$d(x,y) = \tan^{-1}\frac{I_y(x,y)}{I_x(x,y)}$

※ 0°　/45°　/90°　/135°　の4通りに量子化

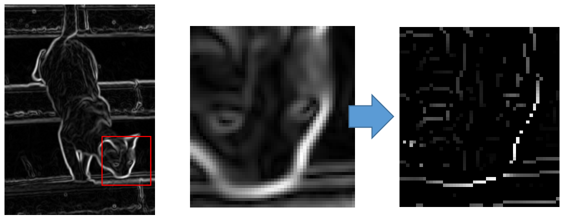
# Cannyの輪郭線検出アルゴリズム(1/2)

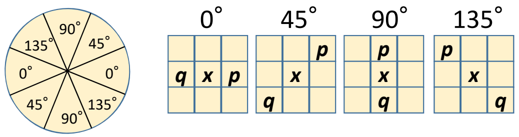
**1. ガウシアンフィルタをかける**

**2. 勾配強度・勾配方向計算**

**3. non-maximum suppression（被極大値抑制）**

**4.閾値処理**






細い輪郭線抽出のため勾配強度が極大となる画素のみを残す
- 画素*x*に注目し…
- 勾配方向に隣接する2画素*p*, *q*と *x*の勾配強度を比較
- 画素xの勾配強度がp, qと比べて最大でないならxの勾配強度を0に

※ openCVはもう少し精度のよい方法を利用

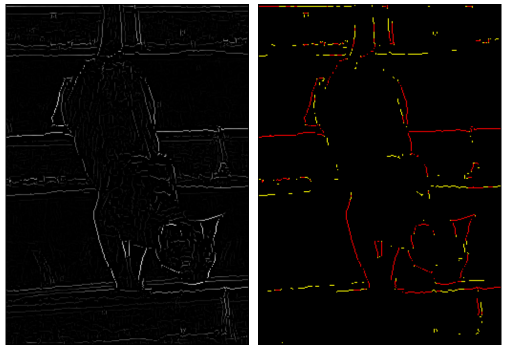
# Cannyの輪郭線検出アルゴリズム(1/2)

**1. ガウシアンフィルタをかける**

**2. 勾配強度・勾配方向計算**

**3. non-maximum suppression（被極大値抑制）**

**4.閾値処理**



二つの閾値 $T_{max}$と $T_{min}$を用意

勾配強度画像の画素xの勾配強度が…
- $T_{max}$より大きい → Strong edge: 画素xは輪郭線である
- $T_{min}$より小さい → not edge : 画素xは輪郭線でない
- それ以外 → weak edge: もしstrong edgeに隣接していれば輪郭線とする

# まとめ：輪郭検出

画像中の物体と物体の境界を検出

**Canny Edge Detection**

Step1 微分フィルタによる勾配画像取得
Step2 勾配方向を考慮した細線化
Step3 二つの閾値処理